série n°1

EXERCICE N°1

On considère le complexes $Z_1 = 2 - 2i$

1/ Mettre sous forme algébrique les complexes : $Z_2 = i\,Z_1$ et $Z_3 = i^2\,Z_1$

2/ Le plan est munie d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

a- Placer les points A,B et D d'affixe respective Z_1 , Z_2 et Z_3

b- Calculer $\dfrac{Z_{\overrightarrow{AB}}}{Z_{\overrightarrow{DB}}}$

c- Montrer que les points A , B et D appartiennent à un même cercle à caractériser

3/ Déterminer le complexe Z_4 affixe du point C tel que ABCD soit un parallélogramme

4/a) Déterminer l'ensemble E des points M(Z) Vérifiant $|Z - 2 + 2i| = |Z + 2 - 2i|$

b) Déterminer l'ensemble F des points M(Z) Vérifiant $|iZ - 2i - 2| = |3 - 4i|$

EXERCICE N°2

On considère les complexes suivants : $z_1 = (1-i)(1+2i)$; $z_2 = \dfrac{2+6i}{3-i}$ et $z_3 = \dfrac{4i}{i-1}$.

M_1,M_2 et M_3 désignent leur images respectives dans le plan complexes muni d'un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1/a- Déterminer la forme algébrique de z_1 ;z_2 et z_3.

b- Placer M_1,M_2 et M_3.

2/ Montrer que $M_1M_2M_3$ est un triangle isocèle et rectangle.

3/ Déterminer le complexe z_4 affixe du point M_4 tel que $M_1M_2M_4M_3$ soit un carré.

4/ Soit $Z' = \dfrac{z - 2 + 2i}{z - 2i}$

a- Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $|Z'| = 1$.

b- Vérifier que M_1 et M_4 sont deux points de cet ensemble.

5/ Soit $z_5 = 1 + i\sqrt{3}$.

a- Déterminer la forme trigonométrique de z_3 ; z_5 et $z_3.z_5$

b- Déterminer la forme algébrique de $z_3.z_5$

c- En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et de $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

EXERCICE N°3

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{x + \cos x}{x^2 + 1}$ et $g(x) = 2x - \sin x$.

1/a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\dfrac{x-1}{x^2+1} \leq f(x) \leq \dfrac{x+1}{x^2+1}$

b- En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f$

2/a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $2x - 1 \leq g(x) \leq 2x + 1$

b- En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} g$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g$

Nombres complexes (Q.C.M)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$

E1 Soit le nombre complexe $z = 2 + i(3 - 7i)$

A ☐ La partie réelle de z est 2

B ☐ z a pour image le point M(9 ;3)

C ☐ La partie imaginaire de z est 3

D ☐ Le conjugué de z est $\overline{z} = 2 - i(3 - 7i)$

E ☐ Le module de z est $|z| = \sqrt{10}$

E2 Soit le nombre complexe $z = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{i}$

A ☐ La forme algébrique de z est : $z = \sqrt{3} - i$

B ☐ $|z| = 2$

C ☐ $\arg(z) = \dfrac{5\pi}{6} + 2K\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}$

D ☐ Le point M image de z est l'un des points d' intersection du cercle de centre O, de rayon 2, et de la droite d'équation $y = \dfrac{1}{2}$.

E ☐ $z^6 = -64$

E3 L'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie

A ☐ $|z| = 2$ est le cercle de centre O et de rayon 2.

B ☐ $\arg(z) = \dfrac{\pi}{2} + 2K\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}$ est l'axe des ordonnées.

C ☐ $\left(|z| = 2 \text{ et } \arg(z) = \dfrac{\pi}{4} + 2K\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}\right)$ est la droite d'équation $y = 2x$

D ☐ $\text{Ré}(z) = -1$ est le point de coordonnées $(-1\,;0)$

E ☐ $(|z| = 2 \text{ et } \text{Im}(z) = 1)$ est le point d'affixe $z = -\sqrt{3} + i$

E4 Soit les nombres complexes

$$z_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}\ ;\ z_2 = 2\,e^{-i\frac{\pi}{6}}\ ;\ z_3 = \sqrt{3}\,e^{-i\frac{7\pi}{6}}$$

A ☐ $z_1 z_2 = 2\,e^{i\frac{\pi}{6}}$

B ☐ $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{1}{2}\,e^{i\frac{\pi}{6}}$

C ☐ $z_1^3 = 1$

D ☐ $z_1 z_2 z_3 = 2\sqrt{3}\,e^{-i\frac{7\pi}{6}}$

E ☐ $\overline{z_3} = \sqrt{3}\,e^{-i\frac{5\pi}{6}}$